**Практична робота № 6**

**Тема. Графи. Найкоротші шляхи**

**Завдання №5**

Алгоритм Белмена-Форда використовується для знаходження найкоротших шляхів від однієї вершини до всіх інших у графі з можливими негативними вагами ребер. Він гарантує правильний результат, якщо в графі **немає циклів із негативною вагою**.

### ****1. Опис графа****

Дано орієнтований граф із вершинами та вагами ребер:

* Вершини: **{1, 2, 3, 4, 5, 6}**.
* Ребра (з вагою):
  + (1 → 2, 7), (1 → 3, 9), (1 → 6, 14)
  + (2 → 4, 15)
  + (3 → 4, 11), (3 → 6, 2)
  + (4 → 5, 6)
  + (5 → 6, 9)

Мета: знайти найкоротші шляхи від вершини **1** до всіх інших.

### ****2. Алгоритм Белмена-Форда****

**Етапи виконання:**

1. **Ініціалізація:**

Встановлюємо відстань до початкової вершини **1** рівною 0: d[1]=0.

Для всіх інших вершин: d[v]=∞.  
d=[0,∞,∞,∞,∞,∞].

1. **Релаксація ребер:**  
   Протягом |V| - 1 ітерацій (де |V| — кількість вершин), для кожного ребра перевіряємо:

d[u]+w(u,v)<d[v]

Якщо умова виконується, оновлюємо: d[v]=d[u]+w(u,v).

1. **Перевірка на негативні цикли:**  
   Якщо після завершення всіх ітерацій можна зменшити d[v], то в графі є негативний цикл.

### ****3. Розв'язання****

**Ітерація 0 (початок):**  
d=[0,∞,∞,∞,∞,∞].

#### ****Ітерація 1:****

* Релаксуємо всі ребра:
  + (1 → 2, 7): d[1] + 7 < d[2], тому d[2] = 7.
  + (1 → 3, 9): d[1] + 9 < d[3], тому d[3] = 9.
  + (1 → 6, 14): d[1] + 14 < d[6], тому d[6] = 14.
  + (2 → 4, 15): d[2] + 15 < d[4], тому d[4] = 22.
  + (3 → 4, 11): d[3] + 11 < d[4], тому d[4] = 20 (оновлення).
  + (3 → 6, 2): d[3] + 2 < d[6], тому d[6] = 11.
  + (4 → 5, 6): d[4] + 6 < d[5], тому d[5] = 26.
  + (5 → 6, 9): d[5] + 9 > d[6], нічого не змінюється.

d=[0,7,9,20,26,11].

#### ****Ітерація 2:****

* Релаксуємо всі ребра (оновлень більше немає).  
  d=[0,7,9,20,26,11].

#### ****Ітерація 3, 4, 5:****

* Оновлення відсутні.

### ****4. Результати****

Найкоротші відстані від вершини **1** до всіх інших:

* До вершини **1**: 0.
* До вершини **2**: 7.
* До вершини **3**: 9.
* До вершини **4**: 20.
* До вершини **5**: 26.
* До вершини **6**: 11.

### ****5. Асимптотична складність****

* **Часова складність:** O(V⋅E), де V — кількість вершин, E — кількість ребер.
* **Просторова складність:** O(V) для збереження відстаней.